

## Original Article

### The noise reduction of medical radiography images using fractional moments

Mahdieh Gholizadeh<sup>1</sup>, Mohammad Hossein Gholizadeh<sup>2\*</sup>, Hossein Ghayoumi Zadeh<sup>2</sup>, Mostafa Danaeian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Master of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Rafsanjan Branch, Rafsanjan, Iran

<sup>2</sup>Department of Electrical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran

\*Corresponding author; E-mail: gholizadeh@vru.ac.ir

Received: 28 Feb 2019    Accepted: 28 Apr 2019    First Published online: 24 Feb 2021  
Med J Tabriz Uni Med Sciences Health Services. 2021;42(6):649-658

#### Abstract

**Background:** This paper presents a method to improve medical radiography images based on the use of statistical signal moments.

**Methods:** In this paper, the image with noise is considered as a statistical signal, and the noise reduction is performed by using fractional moments. The fractional moment's method, on the one hand, has a speed similar to the moment method, and, on the other hand, has not the limitations of the moment method, which sometimes achieves inaccurate results. The proposed method is ultimately examined on radiographic images (CT).

**Results:** The information obtained from the fractional moments of the received signal is a criterion to estimate the noise parameters and the gray scales of the main image. One of the limitations of the proposed method is that the image should be sent several times, because in statistical discussions, we cannot make a decision with only one sample. The error of the proposed noise reduction method in terms of the number of times the original image was sent, is about 0.009, 0.0009, 0.0002, and 0.0001, for  $n = 3$ ,  $n = 6$ ,  $n = 9$  and  $n = 14$ , respectively.

**Conclusion:** The simulation results show that the proposed method is more effective than the most conventional noise reduction methods, both in the low signal to noise ratio and in terms of image quality, and is more powerful than the most notable noise removal methods in restoring the subtleties and image details.

**Keywords:** Radiography Images, De-Noising, Moment Method, Fractional Moments

**How to cite this article:** Gholizadeh M, Gholizadeh MH, Ghayoumi Zadeh H, Danaeian M. [The Noise Reduction of Medical Radiography Images Using Fractional Moments]. Med J Tabriz Uni Med Sciences Health Services. 2021;42(6):649-658. Persian.

## مقاله پژوهشی

### کاهش نویز تصاویر رادیوگرافی پزشکی با استفاده از گشتاورهای کسری

مهديه قلی زاده<sup>۱</sup>، محمدحسین قلی زاده<sup>۲\*</sup>، حسین قیومی زاده<sup>۱</sup>، مصطفی دانائیان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رفسنجان، رفسنجان، ایران  
<sup>۲</sup> گروه مهندسی برق، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران

\* نویسنده مسؤول: ایمیل: gholizadeh@vru.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۹ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۹ انتشار برخط: ۱۳۹۹/۱۲/۶  
مجله پزشکی دانشگاه علوم پزشکی و خدمات بهداشتی - درمانی تبریز. ۶۵۸-۶۴۹:(۶)۴۲:۱۳۹۹

## چکیده

**زمینه:** تصویربرداری رادیوگرافی سریع‌ترین و آسان‌ترین راه برای کمک به پزشک برای نمایش و ارزیابی استخوان‌های شکسته و یا آسیب مهره‌ای و مفاصل است. این مقاله یک روش بهبود تصاویر رادیوگرافی پزشکی ارائه می‌کند که بر اساس استفاده از گشتاورهای سیگنال آماری دریافتی است.

**روش کار:** در این مقاله تصویر نویزدار به صورت یک سیگنال آماری در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از گشتاورهای کسری نویز کاهش می‌یابد. روش گشتاورهای کسری، از یک طرف دارای سرعتی شبیه روش گشتاور است، و از طرف دیگر محدودیت‌های موجود در روش گشتاور که گاهی منجر به نتایج با دقت ضعیف می‌شود را برطرف می‌نماید. روش پیشنهادی در نهایت روی تصاویر رادیوگرافی (CT) بررسی می‌شود.

**یافته‌ها:** اطلاعات به دست آمده از گشتاورهای کسری سیگنال دریافتی، معیاری برای تخمین پارامترهای نویز و سطوح خاکستری تصویر اصلی است. یکی از محدودیت‌های روش پیشنهادی این است که تصویر باید چندین مرتبه ارسال شود، چراکه در بحث‌های آماری، تنها با یک نمونه، امکان تصمیم‌گیری وجود ندارد. میزان خطای روش حذف نویز پیشنهادی بر حسب تعداد دفعات ارسال تصویر اصلی، با  $n=3$ ،  $n=6$ ،  $n=9$  و  $n=14$  به ترتیب در حدود  $0/0009$ ،  $0/0009$  و  $0/0001$  است.

**نتیجه‌گیری:** نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که روش ارائه شده، از بیشتر روش‌های مطرح حذف نویز، چه از لحاظ تخمین در نسبت سیگنال به نویزهای پایین و چه از لحاظ کیفیت تصویر کارایی بالاتری دارد و در بازبازی ظرایف و جزئیات تصویر از مطرح‌ترین روش‌های موجود حذف نویز قوی‌تر است. اگرچه در این روش به چندین بار ارسال عکس نیاز داریم، اما حتی با تعداد ارسال بسیار کم نیز نتایج مناسبی حاصل می‌شود. بنابراین، این روش از نظر عملی کاملاً معقول بوده و سیستم را از حالت بلادرنگ خارج نمی‌کند. بدیهی است که هر چه تعداد ارسال تصویر در روش پیشنهادی بیشتر باشد، خطای کمتری رخ می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** تصاویر رادیوگرافی، حذف نویز، روش گشتاور، گشتاورهای کسری.

**نحوه استناد به این مقاله:** قلی زاده م، قلی زاده م ح، قیومی زاده ح، دانائیان م. کاهش نویز تصاویر رادیوگرافی پزشکی با استفاده از گشتاورهای کسری. مجله پزشکی دانشگاه علوم پزشکی و خدمات بهداشتی - درمانی تبریز. ۶۵۸-۶۴۹:(۶)۴۲:۱۳۹۹

حق تالیف برای مولف محفوظ است.

این مقاله با دسترسی آزاد توسط دانشگاه علوم پزشکی و خدمات بهداشتی - درمانی تبریز تحت مجوز کرییتیو کامنز (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>) منتشر گردیده که طبق مفاد آن هرگونه استفاده تنها در صورتی مجاز است که به اثر اصلی به نحو مقتضی استناد و ارجاع داده شده باشد.

## مقدمه

کیفیت تصویر درمانی بخش ضروری پزشکی مدرن شده است و مستقیماً بر دقت تشخیص و درمان پزشکان تأثیر می‌گذارد. رزولوشن پایین و کنتراست در تصاویر پزشکی، تشخیص صحیح را مشکل کرده‌اند. این امر مستقیماً بر سرعت و دقت تشخیص‌های پزشکان تأثیر می‌گذارد. به خاطر طبیعت فیزیکی تصادفی موجود در سیستم‌های تصویربرداری، وجود نویز در تصویر اجتناب‌ناپذیر است. به‌عنوان مثال میزان روشنایی و دمای حس‌گرهای تصویربرداری از مهم‌ترین موارد موثر در میزان نویز تصویر هستند. همچنین از آنجا که حس‌گرهای تصویر تعداد فوتون‌های دریافتی را که یک کمیت تصادفی است، می‌شمارند، تصاویر عموماً نویز شمارش فوتون دارند. به‌علاوه، به دلایل مختلف در حین تبدیل تصویر از یک قالب به قالب دیگر مثل تصویربرداری، کپی کردن، اسکن کردن، دیجیتال کردن، انتقال در کانال، نمایش دادن، چاپ و یا فشرده‌سازی تصویر، همواره انواع گوناگونی نویز به تصویر افزوده می‌شوند. بنابراین، بهبود تصویر پزشکی برای منعکس کردن اطلاعات یک بیماری به‌طور واضح و دقیق ضروری است (۱).

روش‌هایی برای کاهش و یا حتی حذف نویز و درعین‌حال، حفظ ویژگی‌های تصویر وجود دارد که به دو بخش کلی تقسیم می‌شوند. در بخش اول، روش‌ها به‌طور مستقیم با خود تصویر کار می‌کنند، یعنی تصویر اصلی که تحت تأثیر نویز قرار گرفته است، به‌عنوان سیگنال دریافتی در نظر گرفته شده و به دنبال کاهش نویز در آن هستند. تخمین‌های بیزین یکی از این روش‌ها است. تخمین حداکثر درست‌نمایی و تخمین حداکثر احتمال پسین زیرشاخه‌هایی از تخمین بیزین هستند. در این روش‌ها برای انجام یک تخمین صحیح، نیاز به دانستن کامل رفتار آماری سیگنال دریافتی داریم که در بسیاری از موارد امری دست‌نیافتنی است. در بخش دوم از روش‌های حذف نویز، به‌جای خود تصویر با تبدیلی از تصویر سروکار داریم (۲). تبدیل موجک یکی از روش‌های مشهور در حذف نویز تصاویر است که در این بخش قرار می‌گیرد (۳). این روش در زمان حذف نویز ممکن است برخی از اطلاعات مفید را با نویز حذف و تحلیل را دچار مشکل کند. برای حل این مشکل، روش کرولت ارایه شد (۴-۵). این روش ویژگی‌های هندسی ذاتی تصویر را در نظر می‌گیرد. روش کرولت در تحلیل‌های چندین رزولوشن، مناسب نیست و برای حل این مشکل از روش کتورت استفاده می‌شود (۶-۷). در بین همه این روش‌ها به‌عنوان یک عیب مشترک، نویز به‌صورت یک سیگنال مزاحم دیده می‌شود، و رفتار آماری نویز در تصمیم‌گیری‌های ارایه‌شده توسط روش نقشی ندارد. در واقع، این روش‌ها مدل‌سازی خاصی برای نویز در نظر نمی‌گیرند (۸). بنابراین، این روش‌ها در حضور نویز شدید، جواب مناسب نمی‌دهند.

یکی دیگر از روش‌های حذف نویز در تصاویر، روش گشتاور هست. گشتاور یک مفهوم آماری است. پس باید تصویر دریافتی به‌عنوان یک سیگنال تصادفی در نظر گرفته شود و گشتاورهای آن را محاسبه نمود. در این روش برخلاف روش‌های بخش دوم، برای نویز نیز رفتار آماری در نظر می‌گیرند، و نویز به‌عنوان یک سیگنال اصلی که با سیگنال تصویر جمع شده است دیده می‌شود. بنابراین، در واقع روش‌های آماری در این مقاله به‌صورت کامل استفاده شده است، و قابلیت‌های تحلیل آماری هم در حوزه تحلیل سیگنال اصلی، و هم در حوزه تحلیل سیگنال‌های مزاحم نویزی به نمایش گذاشته می‌شود. در اینجا، باید به دنبال محاسبه گشتاورهای سیگنال تصویر و سیگنال نویز بود و با استفاده از آن‌ها گشتاورهای کل سیگنال دریافتی محاسبه شود. این روش حتی در نویزهای شدید نیز منجر به حذف و یا لااقل کاهش نویز می‌شود. باید توجه داشت که در روش‌های بخش اول مانند تخمین‌های بیزین نیز اگر به رفتار آماری کامل نویز دسترسی داشته باشیم، باز هم می‌توان به نتایج مناسب رسید. اما دسترسی به کل تابع چگالی احتمال سیگنال دریافتی عملاً امری دور از انتظار، و تحلیل آن بسیار زمان‌بر خواهد بود و سیستم را از حالت آنالین خارج می‌کند. اما، در روش گشتاور ما حداکثر با استفاده از گشتاورهایی از چند درجه محدود به تحلیل و حذف نویز می‌پردازیم. این روش اگرچه در ظاهر به‌دقت کمتری نسبت به روش‌های بخش اول منجر می‌شود، اما سرعت عمل این روش بسیار بالاست. از نظر دقت نیز، اگر در روش‌های بیزین نتوان به تابع چگالی احتمال کاملاً صحیحی از سیگنال دریافتی رسید، حتماً خطای زیادی رخ می‌دهد. بنابراین، روش گشتاور از نظر دقت نیز در سطح مطلوبی قرار دارد.

در این مقاله رفتار آماری نویز را یک مدل گوسی در نظر می‌گیریم. نویز با رفتار گوسی یکی از نویزهای مشهور است که در نظر گرفته شده است. در بسیاری از موارد مدل کردن نویز با رفتار گوسی کاملاً منطقی است و نتایج تئوری در عمل قابل انجام است. اما این روش به‌راحتی برای هر نوع مدل دیگر نویز نیز قابل تعمیم هست. کافی است بتوان به گشتاورهای آن مدل خاص دست یافت. روش کلی در اینجا این است که مدل رفتار آماری سیگنال اصلی تصویر به همراه نویز را در نظر گرفته و به‌صورت تحلیلی گشتاورهای سیگنال دریافتی را محاسبه می‌کنیم که نتیجه حاصل حاوی پارامترهای مجهول هست. از طرف دیگر گشتاورهای عددی مربوط به نمونه‌های سیگنال دریافتی را نیز به دست می‌آوریم. سپس، با برابر قرار دادن این نتایج تحلیلی و عددی پارامترهای مجهول را تخمین می‌زنیم. در روش گشتاور اگر پارامترهای مجهول زیاد باشند و یا محیط نویزی شدید و اعتماد به نتایج کمتر باشد، لازم است از تعداد بیشتری معادله، یعنی گشتاورهای با درجه بالاتری استفاده کرد. استفاده از گشتاورهای از

(۴)

$$e^{tX} = 1 + tX + \frac{t^2 X^2}{2!} + \frac{t^3 X^3}{3!} + \dots + \frac{t^n X^n}{n!} + \dots$$

بنابراین:

(۵)

$$M_X(t) = E[e^{tX}] = 1 + tE[X] + \frac{t^2 E[X^2]}{2!} + \frac{t^3 E[X^3]}{3!} + \dots + \frac{t^n E[X^n]}{n!} + \dots$$

$$= 1 + t m_1 + \frac{t^2 m_2}{2!} + \frac{t^3 m_3}{3!} + \dots + \frac{t^n m_n}{n!} + \dots$$

که  $m_n$  گشتاور  $n$  ام است.

با گرفتن مشتق مرتبه  $i$  ام از تابع  $M_X(t)$  بر حسب  $t$  و سپس برابر با صفر قرار دادن  $t$  می توان به گشتاور  $i$  ام حول مبدا رسید. برای به دست آوردن گشتاورهای کسری، باید پارامتر  $i$  به  $q$  تبدیل گردد که یک عدد غیر صحیح است. اما از آنجا که نمی توان مشتق از درجه غیر صحیح از یک تابع را به دست آورد، باید از رابطه زیر به گشتاورهای کسری رسید:

(۶)

$$m_q = E[X^q] = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(1+t)^{m-q} M_X^{(m)}(-1)}{\Gamma(m-q+1)}$$

که  $M_X^{(m)}$  مشتق  $m$  ام تابع مولد گشتاور است و  $m$  عددی صحیح است. پس از ارایه رابطه گشتاورهای کسری، روش گشتاور بیان می شود. در روش گشتاور اصل بر این است که توزیع احتمال  $X$  به طور کامل توسط گشتاورهای این متغیر تصادفی قابل تعیین است، یعنی این که هیچ توزیع احتمال دیگری وجود ندارد که گشتاورهای مربوط به آن شبیه به توزیع مورد نظر ما باشد. پس اگر برای تمام مقادیر  $i$  داشته باشیم:

(۷)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n^i) = E(X^i)$$

آنگاه رشته  $\{X_n\}$  دارای همان توزیع مربوط به  $X$  است. در اینجا برای تخمین پارامترها از رابطه (۷) استفاده می کنیم. به این صورت که طرف چپ رابطه (۷) را به صورت عددی به دست می آوریم. طرف راست را باید با تحلیل های تئوری به دست آورد. در واقع برای به دست آوردن طرف راست، باید گشتاورهای توابع تشکیل دهنده سیگنال دریافتی را در نظر گرفت و تاثیر پارامترهای مختلف موجود در سیگنال دریافتی را روی این گشتاورها به دست آورد و با کمک رابطه (۷)، مقادیر صحیح این پارامترها را تخمین زد. از آنجا که رفتار آماری نویز به صورت گوسی در نظر گرفته شده است، گشتاورهای این تابع گوسی را محاسبه می کنیم. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی گوسی  $X$  به صورت زیر است:

درجه چهار به بالا ما را به دقت پایین تری می رساند. راه حل مناسب برای حل این مشکل استفاده از گشتاورهای کسری هست. در دست داشتن گشتاورهای کسری سبب می شود که هر تعداد از معادله که نیاز داریم در دسترس باشد، در حالی که از گشتاورهای درجه بالاتر از چهار نیز استفاده نکرده ایم. این امر هم در بالاتر رفتن سرعت پردازش و هم در افزایش میزان دقت تخمین تاثیر زیادی دارد.

## روش کار

ابتدا روش گشتاورهای کسری را بیان می کنیم. اگر تابع چگالی احتمال یک متغیر تصادفی را با  $f(x)$  نشان دهیم که یک تابع حقیقی پیوسته است،  $n$  امین گشتاور آن حول  $c$  به صورت زیر بیان می شود:

(۱)

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x-c)^n f(x) dx$$

برای گشتاورهای دوم به بعد، گشتاور مرکزی (گشتاورهای حول میانگین، که  $c$  همان میانگین است) به طور معمول به جای گشتاور حول صفر به کار می رود، چراکه اطلاعات واضح تری در مورد شکل توزیع احتمال ارایه می دهند. گشتاور  $n$  ام حول صفر مربوط به یک تابع چگالی احتمال  $f(x)$  همان امید ریاضی  $X^n$  بوده و گشتاور خام نام دارد. گشتاورهای حول میانگین  $\mu$  گشتاورهای مرکزی نامیده می شوند که بیان کننده شکل تابع بدون نیاز به انتقال آن هستند.

اگر به جای توزیع، نمونه هایی از آن را نیز داشته باشیم، به دست آوردن گشتاورهای آن توزیع امکان پذیر است. برای کلیه  $k$ ها، گشتار خام  $k$  ام را می توان به صورت زیر تخمین زد:

(۲)

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$$

که  $X_1$  تا  $X_n$  نمونه های از توزیع مربوطه هستند. به این گشتاور، گشتاور عددی گوئیم. تابع مولد گشتاور مربوط به متغیر تصادفی  $X$  به صورت زیر بیان می شود:

(۳)

$$M_X(t) = E[e^{tX}], \quad t \in R$$

درواقع تابع مولد گشتاور همان امید ریاضی متغیر تصادفی  $e^{tX}$  است. استفاده از تابع مولد گشتاور می تواند به راحتی ما را به تمام گشتاورهای توزیع مربوطه از هر درجه ای برساند. بسط تابع  $e^{tX}$  به صورت زیر است:

نمایش می‌دهیم. بنابراین، تابع  $f(x,y)$  بیانگر سطح خاکستری در پیکسلی با موقعیت  $(x,y)$  در تصویر  $f$  است. اگر این تصویر ارسال گردد و در طول مسیر به علت وجود یک نویز گوسی  $\eta$  دستخوش تغییراتی گردد، آنگاه تصویر دریافتی به صورت زیر قابل نمایش است:

$$r(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y) \quad (13)$$

که  $\eta(x,y)$  نویز اضافه شده به تصویر در پیکسل با موقعیت  $(x,y)$  است. فرض کنید که سطح خاکستری  $f(x,y)$  در پیکسل  $(x,y)$  برابر با  $L$  باشد. لذا داریم:

$$r(x,y) = L + \eta(x,y) \quad (14)$$

اگر رفتار آماری نویز  $\eta(x,y)$  را گوسی در نظر بگیریم، از آنجاکه پارامتر  $L$ ، حالت قطعی دارد، می‌توان نتیجه گرفت که رفتار آماری سطح خاکستری دریافتی  $r(x,y)$  همان توزیع گوسی را دارد که البته دارای میانگین  $\mu + L$  و انحراف معیار  $\sigma$  است. از طرف دیگر پارامتر مجهول در هر پیکسل دریافتی همان مقدار  $L$  است. اکنون باید از روش گشتاور استفاده کرد. در روش گشتاور از یک طرف باید گشتاورهای مختلف را به صورت تحلیلی به دست آوریم که برای نویز گوسی در رابطه (۱۲) به آن دست پیدا نموده‌ایم. از طرف دیگر باید از سیگنال  $r(x,y)$  مقادیر گشتاورهای کسری به صورت عددی نیز به دست آیند. برای این امر از رابطه (۲) استفاده می‌نماییم.

(۱۵)

$$\tilde{m}_\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^\alpha$$

که در این رابطه  $n$  تعداد نمونه‌های دریافتی از هر پیکسل با موقعیت  $(x,y)$  از تصویر بوده، و  $r_i$  سطح خاکستری دریافتی در لحظه  $i$  ام از  $n$  لحظه دریافت تصویر است. اکنون باید این مقادیر عددی و تحلیلی با یکدیگر برابر شوند. در نتیجه مقادیر پارامترهای مختلف نویز و سیگنال تصویر قابل تخمین می‌شوند. در اینجا سه پارامتر مجهول وجود دارد. این پارامترها شامل میانگین نویز گوسی  $\mu$ ، انحراف معیار نویز گوسی  $\sigma$  و سطح خاکستری تصویر اصلی  $L$  هستند. هرچه معادلات به کاررفته بیشتر باشند، نتیجه دقیق‌تری حاصل می‌شود. در اینجا از شش معادله استفاده می‌گردد که به ترتیب مربوط به گشتاورهای اول، دوم، سوم، و همچنین گشتاورهای کسری  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{5}{2}$  است. بنابراین تخمین به صورت زیر ارائه می‌شود:

(۱۶)

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{L}) = \arg \min_{\mu, \sigma, L} \sum_{i=1}^6 |m_{i/2} - \tilde{m}_{i/2}|^2$$

(۸)

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

که  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار این متغیر است. برای به دست آوردن گشتاورهای کسری این تابع داریم:

(۹)

$$E[X^\alpha] = \int_{-\infty}^{\infty} x^\alpha \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

از یک تغییر متغیر  $Z = x - \mu$  استفاده کرده و انتگرال نامعین حاصل را می‌یابیم:

(۱۰)

$$I = \int (z + \mu)^\alpha \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz = \int \left(1 + \frac{z}{\mu}\right)^\alpha \frac{\mu^\alpha}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz$$

از بسط دو جمله‌ای برای توان‌های کسری استفاده می‌نماییم:

(۱۱)

$$I = \int \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \left(\frac{z}{\mu}\right)^k \frac{\mu^\alpha}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \frac{\mu^{\alpha-k}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int z^k \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \frac{(-2)^{\frac{k-1}{2}} \mu^{\alpha-k}}{\sigma\sqrt{2\pi}} z^{k+1} \left(\frac{z^2}{\sigma^2}\right)^{-\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}, \frac{z^2}{\sigma^2}\right) + c$$

که

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{k! \Gamma(\alpha-k+1)}$$

حال که انتگرال به دست آمد، گشتاور درجه  $\alpha$  ام مربوط به یک نویز گوسی با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  عبارت است از:

(۱۲)

$$m_\alpha = E[X^\alpha] = I \Big|_{z=-\infty}^{\infty}$$

در حالت‌هایی که  $\alpha$  غیر صحیح است، ممکن است گشتاور به دست آمده مقداری مختلط را به نمایش بگذارد. در برخی از مقالات برای اجتناب از این امر از گشتاورهای قدر مطلق کسری استفاده می‌نمایند، اما در روش ارائه شده، از آنجا که این فرض در نتایج پایانی تغییری به همراه ندارد، از ایجاد این محدودیت خودداری می‌کنیم.

حال مسئله پیشنهادی را تشریح می‌کنیم. بدون از دست دادن کلیت موضوع فرض می‌کنیم تصویر اصلی یک تصویر دوبعدی  $M \times N$  با سطوح خاکستری بین صفر تا ۲۵۵ باشد. تصویر را با  $f$

که  $m$  و  $\tilde{m}$  به ترتیب گشتاورهای تحلیلی و عددی به دست آمده از روابط (۱۲) و (۱۵) هستند. اگر از یک تخمین گر مناسب برای تخمین در رابطه (۱۶) استفاده شود، نتایج قابل قبولی خواهد داشت. در اینجا از الگوریتم نلدر - مید (Nelder-Mead algorithm) استفاده می شود. برای دقت بیشتر، تخمین پارامترهای موجود را در دو مرحله انجام می دهیم.

روش کار به این صورت است که در ابتدا به عملیات آموزش محیط نویزی می پردازیم. این بدین معنی است که در ابتدا نویز موجود در محیط را شناسایی و به دنبال آن پارامترهای میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  را شناسایی، و در مرحله بعد به تخمین تک پارامتری  $L$  پرداخته می شود. برای انجام این کار ابتدا فرستنده تصویری سیاه رنگ با اندازه  $M \times N$  ارسال می کند. بنابراین، می دانیم که تمام سطوح خاکستری این تصویر صفر است. در این حالت، رابطه (۱۴) به رابطه زیر تبدیل می گردد:

(۱۷)

$$r(x, y) = 0 + \eta(x, y) \\ \Rightarrow r(x, y) = \eta(x, y)$$

بنابراین تصویر دریافتی همان نویز محیط خواهد بود. از آنجا که نویز با رفتار یکسان به کل تصویر اعمال می شود و نویزهای اعمال شده بر پیکسل ها از هم مستقل هستند، تنها با ارسال یک تصویر به تعداد  $M \times N$  نمونه از نویز دست یافته ایم. بنابراین، گشتاورهای تحلیلی حاصل همچنان از رابطه (۱۲) به دست آمده و برای یافتن گشتاورها به صورت عددی رابطه (۱۵) را به صورت زیر استفاده می کنیم.

(۱۸)

$$\tilde{m}_\alpha = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{MN} r_i^\alpha$$

و رابطه تخمین به صورت زیر درمی آید.

(۱۹)

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \arg \min_{\mu, \sigma} \sum_{i=1}^6 |m_{i/2} - \tilde{m}_{i/2}|^2$$

حال که پارامترهای نویز به دست آمدند، ارسال تصویر به تعداد  $n$  مرتبه انجام می گیرد و رابطه تخمین پس از به دست آمدن گشتاورهای تحلیلی و عددی به صورت زیر نمایش داده می شود:

(۲۰)

$$\hat{L} = \arg \min_L \sum_{i=1}^6 |m_{i/2} - \tilde{m}_{i/2}|^2$$

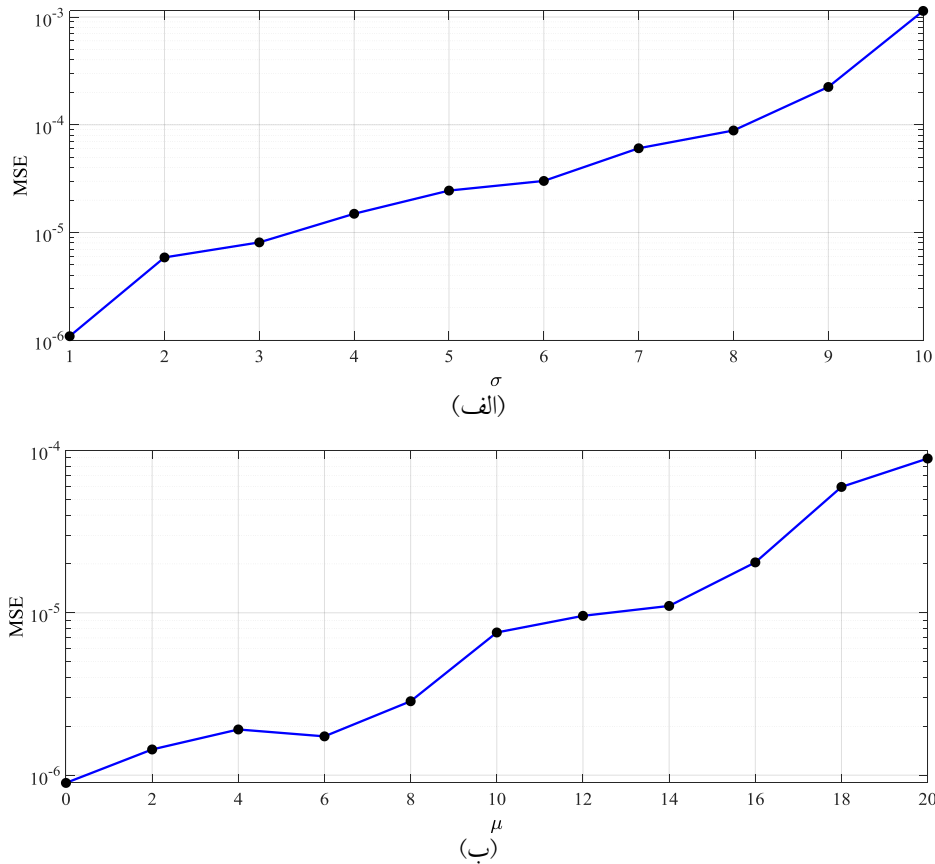
## یافته ها

در اولین مرحله، میزان دقت آموزش روش پیشنهادی بررسی می شود. یک تصویر با اندازه  $256 \times 256$  و کاملاً سیاه، یعنی با کلیه سطوح خاکستری صفر، را برای عمل آموزش در نظر بگیرید. فرض شده است که یک نویز گوسی با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  در محیط وجود دارد. در شکل (۱) میزان دقت در شناسایی هم زمان دو پارامتر میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  را بررسی می کنیم. در شکل (۱-الف) به ازای  $\mu = 10$ ، خطای موجود در شناسایی مقادیر مختلف  $\sigma$  به نمایش گذاشته شده است. این خطا به صورت خطای میانگین مربعات ارایه شده است.

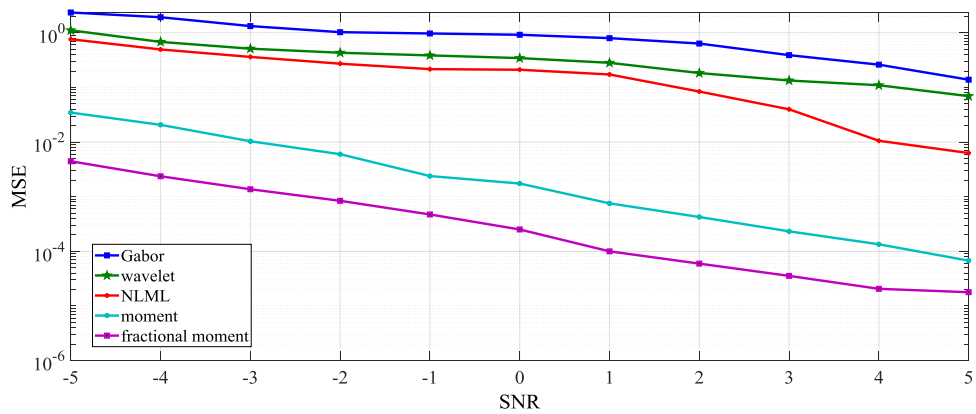
در شکل (۱-ب) به ازای  $\sigma = 5$ ، خطای موجود در شناسایی مقادیر مختلف  $\mu$  بیان می شود. این خطا نیز به صورت MSE نشان داده شده است. نتایج این دو شکل قدرت آموزش صحیح در محیط نویز گوسی توسط روش ارایه شده را تایید می نماید.

حال روش حذف نویز و شناسایی پیکسل های تصویر ارسالی را می آزمایشیم. فرض کنید که تصویر اصلی اندازه  $256 \times 256$  دارد و ۱۰ مرتبه به گیرنده از طریق محیطی که دارای نویز گوسی است ارسال می شود. نویز محیط را با میانگین  $\mu = 5$  و انحراف معیار  $\sigma$  در نظر بگیرید. شکل (۲) روش حذف نویز ارایه شده را با چهار روش دیگر مقایسه می کند. روش های مورد مقایسه، روش گابور (۹)، روش موجک (۱۰-۳)، روش حداکثر درستنمایی غیر محلی (Non-Local Maximum Likelihood) (۱۱) و روش گشتاور هستند. در شکل میزان خطای تصویر به دست آمده و تصویر اصلی به صورت MSE بر حسب SNR رسم شده است. انحراف معیار  $\sigma$  مربوط به نویز بر اساس مقادیر SNR به دست می آید. شکل (۲) برتری روش پیشنهادی را نسبت به روش های دیگر به طور کامل نشان می دهد.

در روش های گابور و موجک اصلاً به رفتار آماری نویز توجهی نمی شود، بنابراین در SNR های پایین دچار مشکل می شود. در روش گشتاور، رفتار نویز کاملاً بررسی می شود، اما، از آنجا که برای تخمین به ناچار از گشتاورهای درجه بالا استفاده می کند، لذا دقت پایین تری نسبت به روش پیشنهادی دارد.



شکل (۱): (الف) میزان دقت در شناسایی پارامتر  $\sigma$  به ازای  $\mu=10$ ، (ب) میزان دقت در شناسایی پارامتر  $\mu$  به ازای  $\sigma=5$

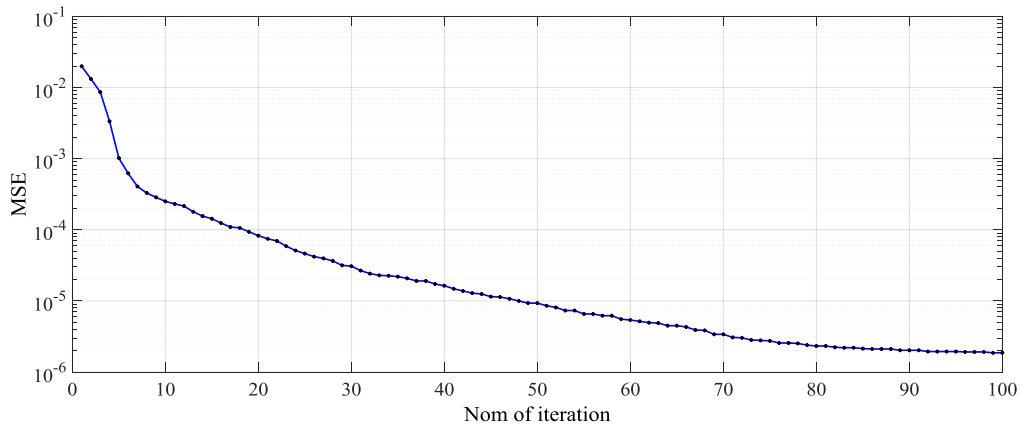


شکل ۲: مقایسه قدرت حذف نویز بین روش پیشنهادی با دیگر روش‌های قدیمی

## بحث

روش‌های سنتی حذف نویز باعث حذف جزئیات تصویر و مات شدن آن می‌شوند. از آنجایی که لبه‌ها در تصویر شامل اطلاعات مهم تصاویر رادیوگرافی از جمله شکستگی‌ها و ساییدگی‌ها در استخوان هست لذا بایستی تا حد امکان این اطلاعات ارزشمند حفظ شود. برای مقایسه بهتر روش ارائه شده نسبت به روش‌های دیگر، چگونگی حذف نویز را روی یک تصویر در  $SNR = 0dB$  در تصویر (۱) نمایش داده شده است. تصویرهای (۱-الف و ب) تصویر اصلی ارسال شده و تصویر نویزدار است. تصویرهای (۱-ج و د) حاصل حذف نویز توسط روش‌های گابور و موجک است. نتیجه روش گشتاور و همچنین روش گشتاور کسری که همان روش پیشنهادی است، به ترتیب در تصویرهای (۱-ه) و (۱-و) مشاهده می‌شود.

روش‌های سنتی حذف نویز باعث حذف جزئیات تصویر و مات شدن آن می‌شوند. از آنجایی که لبه‌ها در تصویر شامل اطلاعات مهم تصاویر رادیوگرافی از جمله شکستگی‌ها و ساییدگی‌ها در استخوان هست لذا بایستی تا حد امکان این اطلاعات ارزشمند حفظ شود. برای مقایسه بهتر روش ارائه شده نسبت به روش‌های دیگر، چگونگی حذف نویز را روی یک



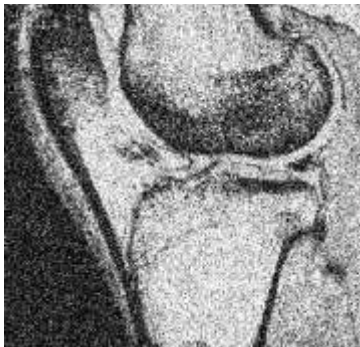
شکل ۳: میزان خطای روش پیشنهادی بر حسب تعداد دفعات ارسال



(الف)



(ب)



(ج)



(د)



(و)



(ه)

تصویر ۱: مقایسه تصویری قدرت حذف نویز بین روش پیشنهادی با دیگر روش‌های قدیمی الف) تصویر اصلی ب) تصویر نویز دار ج) حذف نویز توسط روش گابور د) حذف نویز توسط روش موجک ه) حذف نویز توسط روش گشتاور و) حذف نویز توسط روش گشتاور کسری



این گشتاورها موجب جداسازی مناسب سیگنال تصویر از نویز، حتی در محیط‌های نویزی بسیار شدید می‌شود. بنابراین، روش تخمین بیان شده در SNRهای پایین نتایج رضایت بخشی دارد. نتایج شبیه‌سازی، کارآیی این روش را در دو بخش تخمین پارامترهای نویز و استخراج تصویر اصلی نشان می‌دهد. همچنین پارامترهای مجهول با استفاده از مقایسه دو روش عددی و تحلیلی تخمین زده شد. با استفاده از شبیه‌سازی‌های انجام شده برتری روش پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌های موجود به نمایش گذاشته شد. استفاده از شبکه‌های عصبی عمیق می‌تواند جهت حذف نویز در تصاویر رادیوگرافی می‌تواند زمینه مناسبی جهت تحقیقات آینده باشد.

### قدردانی

از زحمات گروه آموزشی مهندسی برق دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان صمیمانه سپاسگزاری می‌کنیم.

### ملاحظات اخلاقی

ملاحظات اخلاقی شامل نمی‌شود.

### منابع مالی

این تحقیق با هزینه شخصی نویسندگان انجام شده است.

### منافع متقابل

مؤلف اظهار می‌دارد که منابع متقابلی از تالیف یا انتشار این مقاله ندارد.

### مشارکت مولفان

م. ق. م. ح. ق و همکاران طراحی، اجرا و تحلیل نتایج مطالعه را عهده داشتند همچنین مقاله را تالیف نموده و نسخه نهایی آن را خوانده و تایید کردند.

یکی از محدودیت‌های روش پیشنهادی این است که تصویر باید چندین مرتبه ارسال شود، چراکه در بحث‌های آماری، تنها با یک نمونه، امکان تصمیم‌گیری وجود ندارد. شکل (۳) میزان خطای روش حذف نویز پیشنهادی را برحسب تعداد دفعات ارسال تصویر اصلی ( $n$ ) نشان می‌دهد. بدیهی است که هر چه  $n$  بزرگ‌تر باشد، خطای کمتری رخ می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که حتی شش مرتبه ارسال تصویر، خطای پایین در حدود  $0/0009$  را به همراه دارد. بنابراین، این روش از نظر عملی کاملاً معقول بوده و سیستم را از حالت بلادرنگ خارج نمی‌کند.

### نتیجه‌گیری

تصویربرداری رادیوگرافی سریع‌ترین و آسان‌ترین راه برای کمک به پزشک برای نمایش و ارزیابی استخوان‌های شکسته و یا آسیب مهره‌ای و مفاصل هست، اما با توجه به عوارض احتمالی اشعه ایکس در بدن، بایستی کم‌ترین میزان تابش به بیمار برسد. از طرفی کاهش در اشعه ایکس موجب افزایش نویز در تصاویر می‌شود. لذا مسئله کاهش نویز و بهبود کیفیت تصاویر از آن جهت که می‌تواند به پزشک در تشخیص و بررسی صحیح روش‌های درمانی کمک زیادی کند، مورد توجه بسیاری از پژوهش‌های سال‌های اخیر بوده است. از آنجایی که روش‌های کاهش نویز عموماً موجب کاهش کیفیت و حذف لبه‌ها در تصویر می‌شوند و از طرفی لبه‌ها در تصویر شامل جزئیات سودمند تصویر هستند، لذا نیاز به معرفی روش‌هایی جهت پوشش این نقص است. یکی از مشکلات ارسال اطلاعات تصویری وجود نویز در مسیر است که موجب تخریب و یا از بین رفتن اطلاعات می‌شود. از آنجاکه منبع تولید نویز نامشخص و غیرقابل پیش‌بینی است، لازم است که تحلیل‌ها و روش‌های تصادفی جهت شناسایی نویز و کاهش آن انجام شود. در این مقاله تاثیر نویز را روی گشتاورهای کسری سیگنال تصویر دریافتی بررسی کردیم. اطلاعات به‌دست‌آمده از گشتاورهای کسری سیگنال دریافتی، معیاری برای تخمین پارامترهای نویز و سطوح خاکستری تصویر اصلی است. از آنجا که گشتاورهای کسری نویز در این بررسی‌ها قابل محاسبه هستند،

## References

- Li B, Xie W. Adaptive fractional differential approach and its application to medical image enhancement. *Computers & Electrical Engineering*. 2015;45:324-35. doi: 10.1016/j.compeleceng.2015.02.013
- Aubert G, Aujol J F. Variational approach to remove multiplicative noise. *SIAM J. Appl. Math.* 2008; 68(4):925-46. doi: 10.1137/060671814
- Mastriani M, Giraldez A E. Microarrays denoising via smoothing of coefficients in wavelet domain. *arXiv.org > eess > arXiv:1807.11571*. 2018 Jul 10.
- Panigrahi S K, Gupta S, Sahu P K. Curvelet-based multiscale denoising using non-local means & guided image filter. *IET Image Processing*. 2018;12(6):909-18. doi: 10.1049/iet-ipr.2017.0825
- Tong Qiao, Jinchang Ren, Zheng Wang, Jaime Zabalza, Meijun Sun, Huimin Zhao, et al. Effective

- denoising and classification of hyperspectral images using curvelet transform and singular spectrum analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2017;55(1) 119-33. doi: 10.1109/tgrs.2016.2598065
6. Wang X, Chen W, Gao J, Wang C. Hybrid image denoising method based on non-subsampled contourlet transform and bandelet transform. *IET Image Processing*. 2018;12(5):778-84. doi: 10.1049/iet-ipr.2017.0647
  7. Guo Q, Dong F, Sun S, Lei B, Gao BZ. Image denoising algorithm based on contourlet transform for optical coherence tomography heart tube image. *IET Image Process*. 2013 Jul;7(5):442-50. doi: 10.1049/iet-ipr.2013.0127. Epub 2013 Sep 28. PMID: 27087835; PMCID: PMC4833027.
  8. Amirmazlaghani M, Amindavar H, Moghaddamjoo A. Speckle suppression in SAR images using the 2-D GARCH model. *IEEE Trans Image Process*. 2009 Feb;18(2):250-9. doi: 10.1109/tip.2008.2009857. Epub 2008 Dec 31. PMID: 19126469.
  9. Shi Y, Yang X, Guo Y. Translation invariant directional framelet transform combined with Gabor filters for image denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2014;23(1): 44-55. doi: 10.1109/tip.2013.2285595
  10. Remenyi N, Nicolis O, Nason G, Vidakovic B. Image denoising with 2D scale-mixing complex wavelet transforms. *IEEE Trans Image Process*. 2014 Dec; 23(12):5165-74. doi: 10.1109/tip.2014.2362058. Epub 2014 Oct 8. PMID: 25312931.
  11. Bouhrara M, Bonny JM, Ashinsky BG, Maring MC, Spencer RG. Noise estimation and reduction in magnetic resonance imaging using a new multispectral nonlocal maximum-likelihood filter. *IEEE transactions on medical imaging*. 2016 Aug 18;36(1):181-93.